

Hauptseminar Topologie S2D5 'Einfache Homotopietheorie'

Di 14 Uhr (c.t.), Raum N 0.007 (Neubau)

In diesem Seminar studieren wir den Begriff der *einfachen Homotopieäquivalenz* mit Hilfe der *Whitehead-Gruppe*. Wir folgen dabei Kapitel 11 im Buch von Davis und Kirk [DK01] (siehe auch [DK]) sowie der kurzen Arbeit von Stöcker [Stö70]. Deutlich umfangreichere Quellen zu diesem Thema mit einer Vielzahl von weiteren Referenzen sind Milnors Übersichtsartikel [Mil66] und Cohens Buch [Coh73].

Am Ende des Seminars behandeln wir darüber hinaus die thematisch eng verwandten Wall'schen Endlichkeitshindernisse. An diesen kann man für gewissen Räume ablesen, ob sie den Homotopietyp endlicher CW-Komplexe haben. Referenzen hierzu sind die ersten Kapitel der Übersichtsartikel von Mislin [Mis95] und Ferry und Ranicki [FR01] sowie Walls Originalarbeiten [Wal65] und [Wal66].

Beide Themen werden in Rosenbergs Buch [Ros94] kurz aufgegriffen und in einen größeren Kontext eingeordnet.

- 1. Vortrag am 17.10.17 :** *Die Whiteheadgruppe eines CW-Komplexes* (J. Kraasch)
[Stö70, §§1 und 2], auch [DK01, Definition 11.3(2)] und das darauffolgende Beispiel.
- 2. Vortrag am 24.10.17 :** $K_1(R)$ und $Wh(\pi)$ (B. Saure)
[DK01, Abschnitt 11.2] sowie kurz die relative Version $K_1(R, I)$ [Ros94, Abschnitt 2.5] definieren und die exakte Sequenz [Ros94, Theorem 2.5.4] erwähnen.
- 3. Vortrag am 07.11.17 :** *Berechnung von Whiteheadgruppen* (N. N.)
[Ros94, Abschnitt 2.5] folgend die Berechnung (zumindest bis auf Torsion) von $Wh(\pi)$ für zyklische Gruppen von Primzahlordnung [Ros94, Korollar 2.5.15] skizzieren.
- 4. Vortrag am 14.11.17 :** *Die Torsion von Kettenkomplexen* (N. N.)
[DK01, Abschnitt 11.3] bis einschließlich [DK01, Definition 11.22].
- 5. Vortrag am 21.11.17 :** *Whitehead-Torsion für CW-Komplexe* (J. Foos)
Der Rest von [DK01, Abschnitt 11.3] sowie Teil 1 und 2 von [DK01, Theorem 11.31]
- 6. Vortrag am 28.11.17 :**
Whitehead-Torsion detektiert einfache Homotopieäquivalenz (J. Kraasch)
[Stö70, §3] und Teil 3 von [DK01, Theorem 11.31]. (Genauer: Nachdem mit Hilfe von [Coh73, (7.4)] die Resultate von [Stö70, §3] bewiesen sind, folgt mit [Stö70, Satz 3] und [Coh73, (5.8)] der letzte Teil von [DK01, Theorem 11.31].)
- 7. Vortrag am 05.12.17 :**
Homotopieklassifikation 3-dimensionaler Linsenräume (N. N.)
[DK01, Abschnitt 11.6] bis einschließlich [DK01, Theorem 11.35].
- 8. Vortrag am 12.12.17 :**
'Einfache Homotopie'-Klassifikation 3-dimensionaler Linsenräume (N. N.)
Der Rest von [DK01, Abschnitt 11.6], insbesondere [DK01, Theorem 11.37]. Falls Zeit bleibt [DK01, Theorem 11.38] formulieren (aber sicher nicht beweisen ...).

9. Vortrag am 16.01.18 : *Endlich dominierte Räume* (N.N.)

[FR01, §1] und [FR01, Theorem 3.1(iii)] sowie [Mis95, §1.2] für die den Endlichkeitshindernissen zugrundeliegende Fragestellung und [Ran85, Proposition 3.1] für ein Beweisdetail von [FR01, Theorem 3.1(iii)].

10. Vortrag am 23.01.18 : *Walls Endlichkeitshindernis* (N.N.)

[FR01, §2] und [FR01, Theorem 3.1 (i)-(ii)] sowie [Wal65] für einige Beweisdetails von [FR01, Theorem 3.1(i)].

Literatur

- [Coh73] Marshall M. Cohen. *A course in simple-homotopy theory*. Springer-Verlag, New York, 1973. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 10.
- [DK] James F. Davis and Paul Kirk. Errata for *lecture notes in algebraic topology*. <http://mypage.iu.edu/~pkirk/typos.pdf>.
- [DK01] James F. Davis and Paul Kirk. *Lecture notes in algebraic topology*, volume 35 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- [FR01] Steve Ferry and Andrew Ranicki. A survey of Wall's finiteness obstruction. In *Surveys on surgery theory, Vol. 2*, volume 149 of *Ann. of Math. Stud.*, pages 63–79. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 2001. [arXiv:math/0008070](https://arxiv.org/abs/math/0008070).
- [Mil66] John W. Milnor. Whitehead torsion. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 72:358–426, 1966. <http://www.ams.org/bull/>.
- [Mis95] Guido Mislin. Wall's finiteness obstruction. In *Handbook of algebraic topology*, pages 1259–1291. North-Holland, Amsterdam, 1995. DOI:10.1016/B978-044481779-2/50027-4.
- [Ran85] Andrew Ranicki. The algebraic theory of finiteness obstruction. *Math. Scand.*, 57(1):105–126, 1985. <http://www.mscaand.dk>.
- [Ros94] Jonathan Rosenberg. *Algebraic K-theory and its applications*, volume 147 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1994.
- [Stö70] Ralph Stöcker. Whiteheadgruppe topologischer Räume. *Invent. Math.*, 9:271–278, 1969/1970. DOI:10.1007/BF01425481.
- [Wal65] Charles Terence Clegg Wall. Finiteness conditions for CW-complexes. *Ann. of Math. (2)*, 81:56–69, 1965. DOI:10.2307/1970382.
- [Wal66] Charles Terence Clegg Wall. Finiteness conditions for CW complexes. II. *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 295:129–139, 1966. DOI:10.1098/rspa.1966.0230.